

# Využití tepelných čerpadel v budovách (4)

V třetí části seriálu sme se zabývali volbu tolerancí tepelných ztrát obálky budovy a jak určit energetický štítek obálky budovy. Ve čtvrtém pokračování mimo jiné uvádíme i výpočet roční tepelné ztráty budovy a popis nástroje ACAD Toolkit, který je vhodný pro optimální řízení a odhad parametrů přispívající k věrohodné identifikaci jak lineárních tak i nelineárních systémů.

## Výpočet roční tepelné ztráty budovy

Roční tepelné ztráty závisí převážně na vývoji venkovních teplot během celého roku. V případech teplých zim nebudou ztráty tepla a tudíž i náklady na vytápění tak veliké. Zde se již nezabýváme kvalitou tepelné ochrany budovy, nýbrž získané údaje dále používáme pro určení ročních ztrát podle vývoje venkovních teplot v daném místě či oblasti, neboť vývoj teplot na různých místech je jiný. Toto dilema nám mimo jiné pomáhají řešit takzvané denostupně.

## Denostupně

Stavební konstrukce našich objektů mají schopnost utlumit kolísání venkovní teploty a tato schopnost útlumu roste s masivností (měrnou hmotností) obvodového zdiva. Jinak řečeno zdivo se chová jako integrátor „vyhlazuje a průměruje signál“.

Běžné zdivo reaguje na pokles průměrné venkovní teploty o 10°C téměř 2 – 3 dny, což bychom mohli nazvat dopravním zpožděním v daném systému a pokud je dům dodatečně zateplen izolací, tato perioda se ještě prodlouží. Tak byly z klimatických pozorování stanoveny průměrné teploty otopného období označované jako  $t_{es}$  a průměrné počty dnů  $d$  s těmito teplotami v otopném období pro výpočet spotřeby tepla pro vytápění. Tyto hodnoty jsou uvedeny v ČSN383350.

Pokud stanovíme rozdíl mezi průměrnou vnitřní teplotou  $t_{is}$  v domě a venkovní  $t_{es}$  a vynásobíme jej počtem dnů otopného období, dostaneme hodnotu označovanou jako počet denostupňů  $D$ :

$$D = (t_{is} - t_{es}) \cdot d \quad (22)$$

Při propočtu spotřeby tepla musíme ještě rozhodnout o mezní teplotě  $t_{em}$ . Zpravidla počítáme s hodnotou  $t_{em} = -12^\circ\text{C}$  vyhledáme počet dnů  $d$  a střední venkovní teplotu  $t_{es}$  v tab. 19. Pro novější stavby, které mají obvodové zdi s menší hmotností a menší schopností útlumu kolísání venkovní teploty během dne, je lépe počítat s mezní teplotou  $t_{em} = -15^\circ\text{C}$ . Teoretická roční spotřeba tepla při nepřerušovaném vytápění se počítá ze vztahu:

$$Q_d = \frac{24 \cdot T_z \cdot e \cdot d \cdot (t_{is} - t_{es})}{(t_{is} - t_{em})} \quad (23)$$

anebo

$$Q_d = \frac{24 \cdot T_z \cdot e \cdot D}{(t_{is} - t_{em})} \quad (24)$$

kde

$Q_d$  je teoretická roční spotřeba tepla v [kWh]

$T_z$  - tepelná ztráta budovy vypočtená podle ČSN 06 0210 v [kW]

$e$  - součinitel charakterizující nesoučasnost vytápění (zpravidla  $e = 0,85$  pokud je škola nebo administrativní budova vytápěna

Místo	Nejnižší venkovní (výpočtová) teplota $t_{emin}$	$t_{em} = -8^\circ\text{C}$		$t_{em} = -10^\circ\text{C}$		$t_{em} = -12^\circ\text{C}$		$t_{em} = -15^\circ\text{C}$	
		$d$ (dny)	$t_{es}$ ( $^\circ\text{C}$ )	$d$ (dny)	$t_{es}$ ( $^\circ\text{C}$ )	$d$ (dny)	$t_{es}$ ( $^\circ\text{C}$ )	$d$ (dny)	$t_{es}$ ( $^\circ\text{C}$ )
Praha	-12	167	2.4	191	3.2	216	4.0	244	4.9
Č. Budějovice	-15	186	1.7	209	2.6	232	3.4	270	4.5
Liberec	-18	195	1.4	217	2.2	241	3.1	288	4.5
Bratislava	-12	153	2.5	177	3.2	202	4.0	232	5.2
Košice	-15	173	1.0	194	1.7	218	3.0	250	4.3
Žilina	-18	186	0.4	212	1.7	232	2.7	267	4.0

Tab. 19 Počet otopných dnů  $d$  a střední venkovní teplota  $t_{es}$  při mezní teplotě  $t_{em} = -8, -10, -12$  a  $-15^\circ\text{C}$ .

s jedno nebo dvoudenním útlumem během týdne, klesá hodnota součinitele na  $e = 0,75 - 0,7$

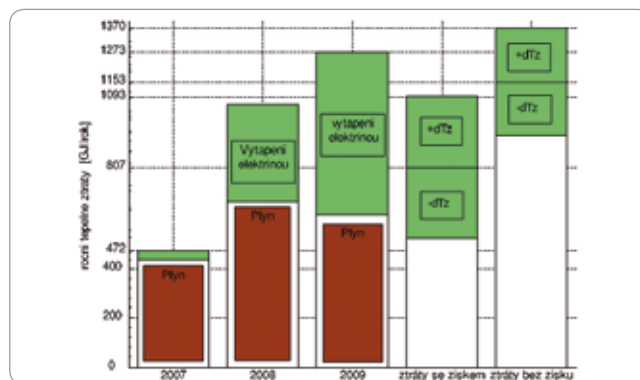
$D$  - denostupně

$t_{es}$  - výpočtová venkovní teplota podle ČSN 06 0210.

Pro střední teploty uvnitř budovy  $t_{is} = 20^\circ\text{C}$  je možno podle tab. 19 pro Prahu počítat s  $d = 216$  dnů,  $t_{es} = 4,0^\circ\text{C}$ .

## Porovnání roční spotřeby tepla a ročních tepelných ztrát budovy

Roční spotřeba tepla by ideálně měla odpovídat ročním tepelným ztrátám. V realitě však většinou dochází k přetápění budov až o 40%. Byli mi dány k dispozici data o spotřebě tepla v Bioregeně za roky 2007, 2008, 2009, která jsem k porovnání s vypočítanými hodnotami znázornil v grafu obr. 10. V prvních třech sloupcích je zvlášť vykreslena spotřeba tepla vytápění plynem a elektrinou v GJ. V dalších dvou se střední hodnoty tepelných ztrát nacházejí mezi tolerančními oblastmi  $+dTz$  a  $-dTz$  odhadovaných ročních tepelných ztrát s tím, že čtvrtý sloupec znázorňuje tepelné ztráty spolu s tepelným ziskem, jehož střední hodnota se pohybuje kolem 807 GJ/rok. Pokud tuto hodnotu porovnáme s roky 2008 a 2009, můžeme říci že dochází k přetápění objektu o 20 až 40% a při změně nastavení regulace by bylo možné 1/5 až 2/5 dosavadních nákladů ušetřit.

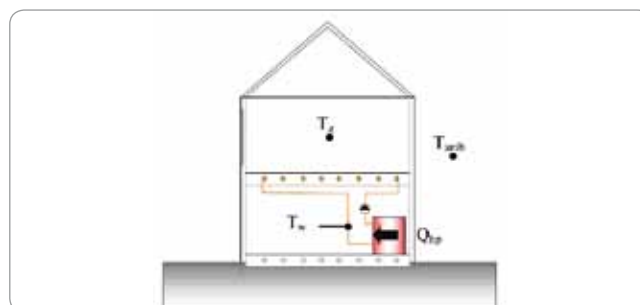


Obr. 10

## Identifikace systému budovy

V této části seriálu si popíšeme fyzikální model budovy z hlediska dynamického proudění tepelné energie stavovými rovnicemi, které následně pomocí ACADO toolkitu, určeného jak pro identifikaci tak i návrh řízení, identifikujeme a verifikujeme na reálných, naměřených datech z Bioregeny, jež budou zapotřebí pro návrh řízení popsané v další kapitole. Nyní si popíšeme fyzikální model budovy stavovými rovnicemi.

## Fyzikální model budovy



Obr. 11 Grafické znázornění stavů a vstupů fyzikálního modelu

Dynamika systému budovy, kterou budeme identifikovat, může být reprezentována, podle výzkumu Michaela Bianchi [X], systémem druhého řádu s následujícími stavy:

Teplota vratné vody  $T_{vratná}$

Teplota uvnitř budovy, kterou budeme dále označovat jako  $T_{pokoje}$  a následujícími vstupy:

Venkovní teplota vzduchu  $T_{out}$

Energie ve formě tepla předaná zdroji tepla vytápěcímu potrubí  $Q_{hp}$   
Diferenciální stavové rovnice systému vypadají následovně:

$$\begin{bmatrix} \dot{T}_{vratná} \\ \dot{T}_{pokoje} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{k_{wz}}{\rho_w c_w V_w} & \frac{k_{wz}}{\rho_w c_w V_w} \\ \frac{k_b}{k_b \tau_b} & -\frac{k_b + h_b}{k_b \tau_b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{vratná} \\ T_{pokoje} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{\tau_b} \\ \frac{1}{\tau_b} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{out} \\ Q_{hp} \end{bmatrix} \quad (25)$$

kde

$k_{wz}$  reprezentuje míru prostupnosti tepla mezi ohřátou vodou v topení a vytápěným prostorem v [W/K]

$\rho_w c_w V_w$  reprezentuje míru prostupnosti tepla mezi ohřátou vodou v topení a vytápěným prostorem v závislosti na rozdílu teplot obou prostředí v [J/K]

$k_b$  - míra prostupnosti tepla mezi vnitřními prostory budovy a venkovním vzduchem v [W/K]

$\tau_b$  - je časová konstanta budovy v [h]

Z rovnic lze mimo jiné vyčíst, že jedním ze vstupů není přímo teplo dodané vytápěcím systémem, ale jeho derivace podle času, která odpovídá výkonu dodávaného vytápěcím systémem. Konstanty se často spolu s jinými v rovnicích opakují a rovnice můžeme zapsat zjednodušeným způsobem následovně:

$$\begin{bmatrix} \dot{T}_{vratná} \\ \dot{T}_{pokoje} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a & a \\ c & -(c+d) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{vratná} \\ T_{pokoje} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & b \\ d & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{out} \\ Q_{hp} \end{bmatrix} \quad (26)$$

První stavová rovnice nám říká, že velikost změny teploty v potrubí odpovídá velikosti rozdílu teplot mezi vytápěným prostorem a topením násobeného přes konstantu  $a$  [ $h^{-1}$ ] (tj. čím větší teplotní rozdíl mezi pokojem a topením tím větší pokles či růst teploty vratné vody) a míře dodávaného výkonu vratné vodě násobené přes konstantu  $b$  [ $C \cdot kWh^{-1}$ ].

Druhá stavová rovnice říká, že velikost změny teploty v pokoji odpovídá velikosti rozdílu teploty vratné vody od teploty pokoje násobené přes konstantu  $c$  [ $h^{-1}$ ] a velikosti rozdílu venkovní teploty od teploty pokoje násobené přes konstantu  $d$  [ $h^{-1}$ ].

Zjednodušený model obsahuje pouze čtyři parametry, které se různě kombinují v konstanty jednotlivých stavů a vstupů, a teoreticky neobsahuje z matematického hlediska žádné zřejmé nelinearity, které se v systémech často vyskytují. V následujících sekcích budeme parametry identifikovat pomocí GPL toolkitu ACADO.

## ACADO toolkit

ACADO Toolkit je softwarové prostředí pro automatické řízení a optimalizaci (řešící identifikaci). Umožňuje používání nejrůznějších algoritmů pro řešení problému optimálního řízení, prediktivního řízení, odhad parametrů a robustní optimalizace i pro nelineární systémy. ACADO Toolkit je realizován samostatně pomocí C++ programovacího jazyka a dodáván spolu s uživatelsky přívětivým rozhraní Matlabu [3].

## Klíčové schopnosti ACADO Toolkitu

Nelineární optimální řízení – jedním ze základních problémů, které lze vyřešit pomocí ACADO toolkitu, jsou standardní problémy optimálního řízení dynamického systému, různými metodami za pomoci algoritmů jako je Levenberg-marquardt. ACADO umožňuje ohraničit jak stavy tak i řídicí veličiny limitními hodnoty a simulovat tak reálnou nelinearitu jakéhokoliv systému, jež může mít podobu saturace, pásma necitlivosti apod. [3].

Odhady stavů, parametrů - důležitou částí optimálního řízení, které se dostává zvláštní pozornosti v rámci nástrojů ACADO, je problém odhadu stavů a parametrů. Tato část je důležitá pro identifikaci systémů a teoreticky může být transformována pro řešení problému optimálního řízení. Nicméně problém odhadu stavů a parametrů

mají často určité struktury, na které mohou být použity různé algoritmy kterými ACADO disponuje, jako je metoda nejmenších čtverců a s pomocí Levenberg-marquardt algoritmu vycházející z Newtonovy metody, dokáže ACADO odhadnout parametry zjevně nelineárních systémů [3].

## Důvod použití ACADO toolkitu

Důvodů proč jsme se rozhodli pro softwarové prostředí ACADO je několik. V první řadě je ACADO zaměřené na problémy optimálního řízení a odhad parametrů přispívající k věrohodné identifikaci jak lineárních tak i nelineárních systémů převážně metodou nejmenších čtverců pomocí implementovaného iteračního algoritmu Levenberg-marquardt, který vychází z Newtonovy iterační metody a jež se dobře vypořádává i s nelineárními zašuměnými systémy. Náš systém sice není nelineární, avšak koeficienty stavové matice A i matice vstupů B, kterých je celkem šest, jsou v našem případě kombinací pouze čtyř parametrů, které ACADO dokáže věrohodně odhadnout. Dále na rozdíl od subspace metod, kdy se vytvářejí matice A,B,C,D popisující model pouze z matematického hlediska, si můžeme být jisti, že rovnice odpovídají reálnému fyzikálnímu modelu.

## Identifikace a verifikace

Jak jsem se již zmínil v minulé kapitole k identifikaci a následné verifikaci jsme použili ACADO toolkit založeného na C++ programovacího jazyce v přívětivém rozhraní Matlabu. Budeme vycházet z odvozeného fyzikálního modelu  $\{eq:stavovy-popis-budovy2\}$  popsané v předchozích kapitolách a tudíž budeme identifikovat metodou nejmenších čtverců pouze čtyři parametry algoritmem ACADO toolkitu levenberg-marquardt.

## K dispozici máme následující naměřené veličiny:

- Teplotu právě ohřáté vody kotly a čerpadly vstupující do vytápěcího systému (radiátorů), kterou budeme dále označovat jako teplotu vstupní vody nebo  $T_{vstupní}$
- Teplotu vratné vody, která předala tepelnou energii vytápěnému systému a vrací se k opakovanému ohřátí jako  $T_{vratná}$
- Teplotu prvního pokoje jako  $T_{pokoje1}$ , teplotu jiného dalšího pokoje jako  $T_{pokoje2}$  a průměr teplot obou pokojů jako  $T_{pokoje}$
- Maximální a minimální předpovídanou venkovní teplotu dále označovanou jako  $T_{outmin}$  a  $T_{outmax}$ , jejich průměrnou venkovní teplotu jako  $T_{out}$

Ze zmíněných měřených veličin lze vidět, že výkon, jakožto důležitá vstupní veličina pro identifikaci, nebyl měřen, a proto jsme jej odvodili, za předpokladu konstantního objemového průtoku otopné vody, z rozdílu teplot vstupní a vratné vody. Navýšení teploty odpovídá po vynásobení zatím neznámou konstantou, kterou určíme a použijeme později pro určení maximálních hodnot výkonu jakožto podmínky v řízení, tepelnému výkonu plynových kotlů a čerpadel.

## Literatura

[3] ACADO Toolkit: A C++/Matlab Toolkit for Automatic Control and Dynamic Optimization [online]. Leuven : Boris Houska and Hans Joachim Ferreau, 2008-2010 [cit. 2010-12-20] Dostupny z WWW: <<http://acadotoolkit.org/>>

*V dalším pokračování odhadneme parametry metodou levenberg-marquardt na různých časových úsecích. Celý proces bude odladěno na šesti sadách parametrů.*

Ing. Alexander Ciller